



Analisis Sensitivitas Model Linear Programming Untuk Optimalisasi Produksi Pia Cendana Menggunakan Metode Branch and Bound

Novarianti Firdaus^{1*}, Salmun K Nasib¹, Djihad Wungguli¹

¹Jurusan Matematika, Universitas Negeri Gorontalo, Bone Bolango 96554, Indonesia

Info Artikel

*Penulis Korespondensi.

Email:

novariantifirdaus8@gmail.com

Submit: 25 Juli 2025

Direvisi: 31 Agustus 2025

Disetujui: 7 September 2025



Under the licence

CC BY-NC-SA 4.0

Diterbitkan oleh:



Copyright ©2025 by Author(s)

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengoptimalkan produksi Pia Cendana dengan menggunakan model linear programming berbasis metode *Branch and Bound*. Dalam upaya mencapai keuntungan maksimal, dilakukan formulasi matematis yang mencakup fungsi tujuan dan fungsi kendala berdasarkan data komposisi bahan baku, ketersediaan sumber daya, biaya produksi, dan harga jual tiap varian produk. Metode *Branch and Bound* diterapkan untuk mendapatkan solusi optimal berupa bilangan bulat yang valid secara operasional. Selain itu, dilakukan analisis sensitivitas untuk mengevaluasi pengaruh perubahan koefisien dalam fungsi tujuan dan kendala terhadap solusi optimal. Hasil penerapan metode ini menunjukkan bahwa Pia Cendana dapat memperoleh keuntungan optimal sebesar Rp 1.620.000 atau 1,86% per bulan. Jumlah ini lebih besar dibandingkan dengan keuntungan factual sebelumnya yang hanya sebesar Rp 86.888.000, sehingga terdapat peningkatan keuntungan sebesar Rp. 88.508.000. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode ini mampu meningkatkan efisiensi penggunaan sumber daya serta memberikan hasil produksi yang lebih menguntungkan. Solusi optimal yang diperoleh menunjukkan bahwa produksi dapat ditingkatkan dengan tetap memperhatikan batasan kapasitas dan bahan baku. Analisis sensitivitas juga membuktikan bahwa model yang dibangun cukup stabil terhadap variasi parameter. Penelitian ini memberikan kontribusi praktis bagi pelaku usaha Pia Cendana dalam merumuskan strategi produksi yang lebih efisien dan menguntungkan.

Kata Kunci: Optimasi Produksi; Program Linear; Metode *Branch and Bound*; Analisis Sensitivitas; Pia Cendana

Abstract

This study aims to optimize the production of Pia Cendana enterprise using a linear programming model based on the Branch and Bound method. In order to achieve maximum profit, a mathematical formulation is constructed, including an objective function and constraint functions based on data regarding raw material composition, resource availability, production costs, and selling prices of each product variant. The Branch and Bound method was applied to obtain an optimal solution in the form of integers that are operationally valid. In addition, a sensitivity analysis was conducted to evaluate the impact of changes in coefficients within the objective function and constraints on the optimal solution. The findings show that the Pia Cendana enterprise can achieve an optimal profit of IDR 1,620,000 or 1.86 % per month. This amount is higher than the previous actual profit of only IDR 86,888,000, indicating a profit increase of IDR 88,508,000. The study indicates that this method improves resource efficiency and yields more profitable production. The optimal solution demonstrates that production can be increased while still considering capacity and raw material limitations. The sensitivity analysis also proves that the model is sufficiently stable against parameter variations. This study provides practical contributions to Pia Cendana enterprise in formulating more efficient and profitable production strategies.

Keywords: Production Optimization; Linear Programming; Branch and Bound Method; Sensitivity Analysis; Pia Cendana

1. Pendahuluan

Perusahaan makanan tradisional Indonesia menyimpan potensi besar, khususnya dalam hal produksi kuliner khas daerah yang memiliki cita rasa otentik serta nilai historis yang tinggi. Salah satu produk yang menonjol dalam kategori ini adalah Pia Cendana, yang telah memperoleh pengakuan luas dan memiliki pasar yang terus berkembang di dalam maupun di luar negeri. Meski demikian, pertumbuhan permintaan terhadap Pia Cendana turut membawa tantangan tersendiri bagi para produsen, terutama terkait aspek efisiensi proses produksi, konsistensi kualitas, dan pengelolaan biaya operasional [1].

Proses produksi yang belum optimal sering kali menimbulkan berbagai kendala, seperti pemborosan bahan baku, ketidakefisienan dalam penggunaan waktu, serta peningkatan biaya operasional. Untuk mengatasi tantangan tersebut, diperlukan suatu pendekatan yang mampu mengoptimalkan seluruh tahapan produksi guna meningkatkan efisiensi, menekan pengeluaran, dan tetap menjaga mutu produk [2]. Dalam konteks ini, pelaku usaha dituntut untuk mengembangkan strategi produksi efektif untuk bersaing di tingkat nasional. Pada dasarnya, semua bisnis mengikuti prinsip ekonomi, yakni dengan memanfaatkan sumber daya seminimal mungkin untuk menghasilkan keuntungan yang paling besar. Hal inilah yang melatarbelakangi perlunya penerapan metode optimasi, baik untuk meminimalkan biaya maupun memaksimalkan keuntungan, sesuai dengan kapasitas dan ketersediaan sumber daya yang dimiliki [3].

Optimasi merupakan suatu pendekatan dalam mencari solusi terbaik dari suatu permasalahan dengan memanfaatkan model matematis. Salah satu pendekatan yang digunakan dalam proses ini adalah metode *branch and bound*, yang memiliki tujuan untuk mengoptimalkan keuntungan pada kegiatan produksi. Metode *branch and bound* dikenal mampu menghasilkan solusi optimal pada model program linear, khususnya ketika variabel keputusan yang digunakan harus berupa bilangan bulat [4]. Metode *branch and bound* bekerja dengan cara membagi atau mencabangkan variabel keputusan yang nilainya belum berbentuk bilangan bulat. Proses percabangan ini dilakukan secara berkelanjutan hingga ditemukan solusi di mana semua variabel keputusan bernilai bilangan bulat. Oleh karena itu, teknik ini dapat menghasilkan solusi yang memaksimalkan keuntungan bisnis [5]. Tujuan dari penerapan metode *branch and bound* adalah untuk menilai dan mengoptimalkan berbagai komponen dalam proses produksi, sehingga pemanfaatan sumber daya perusahaan dapat dilakukan secara lebih efisien dan efektif [6].

Dari ketiga penelitian ini menunjukkan bahwa penerapan metode optimasi seperti *branch and bound* maupun *linear programming* efektif untuk memaksimalkan keuntungan usaha berbasis produksi makanan. Penelitian dari [7] membuktikan bahwa optimasi pada Mikaila Bakery mampu meningkatkan keuntungan hingga 40% dan tetap optimal selama perubahan parameter masih berada dalam batas toleransi hasil *analisis sensitivitas* menggunakan POM-QM. Penelitian dari [8] mengungkapkan bahwa sektor roti di UMKM memiliki prospek cerah dan tahan terhadap krisis global, dengan pengaturan produksi harian yang tepat mampu memberikan pendapatan optimal. Sementara itu, penelitian dari [9] menunjukkan bahwa optimasi produksi makaroni dapat menghasilkan laba maksimal pada jumlah produksi tertentu, meskipun masih terdapat *slack* bahan baku yang belum termanfaatkan sepenuhnya akibat keterbatasan stok.

Analisis sensitivitas berfungsi untuk mengevaluasi dampak perubahan pada koefisien fungsi tujuan maupun batasan kendala terhadap solusi optimal. Proses ini memungkinkan penilaian seberapa besar variasi nilai koefisien dan konstanta kendala dapat terjadi tanpa mengubah hasil optimal yang sudah diperoleh. Selain itu, analisis sensitivitas juga membantu dalam meramalkan dan mempersiapkan dampak yang mungkin timbul akibat adanya perubahan tersebut.

2. Metode Penelitian

Pada artikel ini menggunakan beberapa metode sebagai berikut.

2.1 Program Linear

Program linier adalah model matematik untuk mendapatkan alternatif penggunaan terbaik atas sumber-sumber organisasi. Kata sifat linear digunakan untuk menunjukkan fungsi-fungsi matematik

yang digunakan dalam bentuk linear dalam arti hubungan langsung dan persis proporsional. Program menyatakan penggunaan teknik perencanaan yang bersifat analitis yang analisisnya menggunakan model matematis, dengan tujuan menemukan beberapa kombinasi alternatif pemecahan optimum terhadap persoalan. Proses pencapaian tujuan tersebut dibatasi oleh sejumlah kendala yang mencerminkan keterbatasan sumber daya, seperti waktu, kapasitas produksi, atau kemampuan lainnya yang tersedia [10-12].

Bentuk Umum Linear Programming

Optimalkan

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

dengan batas $\sum_{j=1}^n c_j x_j \leq, =, \geq b_i$ untuk $i = 1, 2, 3, \dots, m$

$$x_j \geq 0 \text{ untuk } j = 1, 2, 3, \dots, n$$

atau dapat diuraikan secara lengkap sebagai berikut :

Optimalkan

$$Z = C_1 x_1 + C_2 x_2 + \dots + C_n x_n$$

dengan kendala

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq, =, \geq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq, =, \geq b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + \dots + a_{3n}x_n \leq, =, \geq b_3$$

... ..

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq, =, \geq b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n, \geq 0$$

Keterangan

Z : Nilai fungsi tujuan yang dicari nilai optimalnya (maksimum, minimum)

x_j : Jenis kegiatan (variabel keputusan)

b_i : Jumlah sumber daya i yang tersedia untuk diberikan ke setiap unit kegiatan j

a_{ij} : Banyaknya sumber daya i untuk menghasilkan setiap unit keluaran kegiatan

c_j : Koefisien biaya atau nilai jual dari satu unit produk ke- j .

m : Banyaknya sumber daya yang digunakan dengan urutan $1, 2, \dots, m$

n : Banyaknya variabel keputusan yang digunakan urutan $1, 2, \dots, n$.

2.2 Metode Simpleks

Metode simpleks, salah satu metode Linear Programming, dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah yang melibatkan dua atau lebih variabel keputusan. Metode ini melibatkan penggunaan tabel simpleks dalam proses perhitungan. Eksekusi metode ini dilakukan melalui iterasi atau perubahan bertahap pada tabel hingga diperoleh solusi optimal, ditandai dengan nilai positif di seluruh elemen baris tertentu. Keunggulan utama metode simpleks adalah kemampuannya dalam menangani lebih dari dua variabel keputusan, berbeda dengan metode grafik yang terbatas hanya untuk dua variabel [13].

2.3 Program Bilangan Bulat (Linear Programming)

Integer programming merupakan salah satu bentuk khusus dari pemrograman linier, di mana sebagian atau seluruh variabel keputusan dibatasi hanya dapat bernilai bilangan bulat. Jika hanya sebagian variabel yang dibatasi demikian, maka masalah tersebut disebut sebagai mixed integer programming. Terdapat pula bentuk khusus lainnya, yaitu ketika variabel hanya dapat bernilai 0 atau 1, yang dikenal sebagai zero-one integer programming. Metode simpleks sendiri merupakan teknik dasar dalam penyelesaian pemrograman linier yang mensyaratkan semua variabel bernilai non-negatif. Namun, dalam menyelesaikan masalah pemrograman bilangan bulat, terdapat pendekatan tambahan yang perlu digunakan. Baik pemrograman linier biasa maupun pemrograman linier bilangan bulat, keduanya dimulai dari ruang solusi layak yang sama. Akan tetapi, pembatasan nilai variabel pada bilangan bulat dalam pemrograman bilangan bulat menyebabkan ruang solusi layak tersebut menjadi lebih terbatas, karena terdapat batasan tambahan yang harus dipenuhi [14].

2.4 Metode Branch and Bound

Metode Branch and Bound adalah salah satu teknik yang digunakan untuk menemukan solusi optimal pada program linier dengan variabel keputusan yang harus berupa bilangan bulat. Sesuai dengan prinsip kerjanya, metode ini membatasi solusi yang menghasilkan nilai variabel pecahan dengan cara melakukan pemisahan (branching) pada setiap variabel keputusan yang tidak bulat, dengan membuat cabang-cabang yang mewakili pembulatan ke atas atau ke bawah. Setiap pembatasan ini akan menciptakan cabang baru dalam proses pencarian solusi sehingga diperoleh nilai variabel yang sesuai dengan batasan bilangan bulat [15].

2.5 Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas adalah upaya untuk melihat dampak perubahan pada koefisien fungsi kendala dan tujuan terhadap solusi optimal. Tujuan dari analisis ini adalah untuk mengetahui seberapa besar kemungkinan perubahan nilai koefisien tersebut tanpa mengubah hasil solusi yang dihasilkan [16].

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Variabel Keputusan

Penentuan variabel keputusan pada permasalahan optimasi ini didasarkan pada jenis varian rasa yang diproduksi oleh Pia Cendana, sebagaimana tercantum pada Tabel 1.

Tabel 1. Variabel Keputusan

Variabel	Keterangan	Variabel	Keterangan
x_1	Pia rasa coklat oreo	x_7	Pia rasa coklat mente
x_2	Pia rasa coklat good time	x_8	Pia rasa coklat nutela
x_3	Pia rasa coklat beng-beng	x_9	Pia rasa coklat kacang
x_4	Pia rasa coklat tiramisu	x_{10}	Pia rasa coklat keju
x_5	Pia rasa coklat kenari	x_{11}	Pia rasa coklat pandan
x_6	Pia rasa coklat crancy	x_{12}	Pia rasa coklat ori

3.2 Variabel Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan dan model ini menggambarkan keuntungan per unit untuk setiap varian Pia Cendana, yang dihitung dari selisih harga jual dengan biaya produksinya.

Tabel 2. Variabel Keputusan

Variabel	Keterangan	Variabel	Keterangan
x_1	Rp.800	Rp. 3.200	Rp.4.000
x_2	Rp.800	Rp.6.500	Rp.8.000
x_3	Rp.800	Rp.9.800	Rp.12.000
x_4	Rp.800	Rp.14.700	Rp.16.000
x_5	Rp.800	Rp.18.900	Rp.20.000
x_6	Rp.800	Rp.21.000	Rp.24.000
x_7	Rp.800	Rp.26.500	Rp. 28.000
x_8	Rp.800	Rp.30.900	Rp.32.000
x_9	Rp.800	Rp.34.500	Rp.36.000
x_{10}	Rp.800	Rp.38.700	Rp.40.000
x_{11}	Rp.800	Rp.43.500	Rp.44.000
x_{12}	Rp.800	Rp.48.000	Rp.50.000

Dari Tabel 2 dapat dirumuskan fungsi tujuan model pemrograman linear yang memiliki bentuk maksimisasi.

$$Z = 4.000x_1 + 8.000x_2 + 12.000x_3 + 16.000x_4 + 20.000x_5 + 24.000x_6 + 28.000x_7 + 32.000x_8 + 36.000x_9 + 40.000x_{10} + 44.000x_{11} + 50.000x_{12}.$$

3.3 Variabel Fungsi Kendala

Fungsi kendala menggambarkan batas kapasitas sumber daya yang tersedia dalam memproduksi setiap varian rasa di Toko Pia Cendana. Pada kasus ini, fungsi kendala mencakup keterbatasan bahan baku yang tersedia setiap bulan serta jumlah bahan baku yang digunakan setiap bulannya, yang disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Data Ketersediaan Bahan Baku

Bahan baku	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	Ketersediaan
A	20	35	50	65	80	95	110	125	140	155	170	200	350.000
B	5	7	10	13	15	18	20	23	25	28	35	40	80.000
C	2	3,5	5	6,5	8	9,5	11	12,5	14	15,5	17	20	40.000
D	3,5	3,7	3,9	4,1	4,3	4,5	4,7	4,7	5,1	5,3	5,5	6	20.000
E	6	6	6	8	8	8	10	10	10	12	12	15	30.000
F	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	8	15.000
G	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	8	14.000
H	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	7	12.000
I	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	28	50.000
J	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.000
K	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.200
L	0	0	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.400
M	0	0	0	20	0	0	0	0	0	0	0	0	1.500
N	0	0	0	0	25	0	0	0	0	0	0	0	2.000
O	0	0	0	0	0	30	0	0	0	0	0	0	2.500
P	0	0	0	0	0	0	33	0	0	0	0	0	3.000
X	0	0	0	0	0	0	0	35	0	0	0	0	3.5000
R	0	0	0	0	0	0	0	0	40	0	0	0	4.000
S	0	0	0	0	0	0	0	0	0	43	0	0	5.000
T	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30	0	65.000

Keterangan

A= Terigu	F= Garam	K= Good Time	P= Mente
B= Mentega	G= Vanila	L= Beng-Beng	X= Nutela
C= Gula	H= Pewarna Makanan	M= Tiramisu	R= Kacang
D= Minyak	I= Coklat	N= Kenari	S= Keju
E= Air	J= Oreo	O= Crancy	T= Pandan

Data ketersediaan bahan baku pada Tabel 3 menjadi dasar dalam penyusunan fungsi kendala pada model pemrograman linear berikut.

Dengan Kendala :

$$20x_1 + 35x_2 + 50x_3 + 65x_4 + 80x_5 + 95x_6 + 110x_7 + 125x_8 + 140x_9 + 155x_{10} + 170x_{11} + 200x_{12} \leq 350.000,$$

$$5x_1 + 7x_2 + 10x_3 + 13x_4 + 15x_5 + 18x_6 + 20x_7 + 23x_8 + 25x_9 + 28x_{10} + 35x_{11} + 40x_{12} \leq 80.000,$$

$$2x_1 + 3.5x_2 + 5x_3 + 6.5x_4 + 8x_5 + 9.5x_6 + 11x_7 + 12.5x_8 + 14x_9 + 15.517x_{11} + 20x_{12} \leq 40.000,$$

$$3.5x_1 + 3.7x_2 + 3.9x_3 + 4.1x_4 + 4.3x_5 + 4.5x_6 + 4.7x_7 + 4.9x_8 + 5.1x_9 + 5.3x_{10} + 5.5x_{11} + 6x_{12} \leq 20.000,$$

$$6x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 8x_4 + 8x_5 + 8x_6 + 10x_7 + 10x_8 + 10x_9 + 12x_{10} + 12x_{11} + 15x_{12} \leq 30.000.$$

$$1.5x_1 + 2x_2 + 2.5x_3 + 3x_4 + 3.5x_5 + 4x_6 + 4.5x_7 + 5x_8 + 5.5x_9 + 6x_{10} + 6.5x_{11} + 8x_{12} \leq 15.000,$$

$$\begin{aligned}
&1x_1 + 1.5x_2 + 2x_3 + 2.5x_4 + 3x_5 + 3.5x_6 + 4x_7 + 4.5x_8 + 5x_9 + 5.5x_{10} + 6x_{11} + 8x_{12} \leq 350.000, \\
&0.5x_1 + 1x_2 + 5.1x_3 + 2x_4 + 2.5x_5 + 3x_6 + 3.5x_7 + 4x_8 + 4.5x_9 + 5x_{10} + 5.5x_{11} + 7x_{12} \leq 350.000, \\
&54 + 6x_2 + 8x_3 + 10x_4 + 12x_5 + 14x_6 + 16x_7 + 18x_8 + 20x_9 + 22x_{10} + 24x_{11} + 28 \leq 50.000, \\
&5x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 0x_9 + 0x_{10} + 0x_{11} + 0x_{12} \leq 1.000, \\
&0x_1 + 10x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 0x_9 + 0x_{10} + 0x_{11} + 0x_{12} \leq 1.200, \\
&0x_1 + 0x_2 + 15x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 0x_9 + 0x_{10} + 0x_{11} + 0x_{12} \leq 1.400, \\
&0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 20x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 0x_9 + 0x_{10} + 0x_{11} + 0x_{12} \leq 1.500, \\
&0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 25x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 0x_9 + 0x_{10} + 0x_{11} + 0x_{12} \leq 2.000, \\
&0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 30x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 0x_9 + 0x_{10} + 0x_{11} + 0x_{12} \leq 2.500, \\
&0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 33x_7 + 0x_8 + 0x_9 + 0x_{10} + 0x_{11} + 0x_{12} \leq 3.000, \\
&0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 35x_8 + 0x_9 + 0x_{10} + 0x_{11} + 0x_{12} \leq 3.500, \\
&0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 40x_9 + 0x_{10} + 0x_{11} + 0x_{12} \leq 4.000, \\
&0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 0x_9 + 43x_{10} + 0x_{11} + 0x_{12} \leq 5.000, \\
&0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 0x_9 + 0x_{10} + 30x_{11} + 0x_{12} \leq 65.000, \\
&x_1 \geq 35, \\
&x_2 \geq 50, \\
&x_3 \geq 65, \\
&x_4 \geq 70, \\
&x_5 \geq 72, \\
&x_6 \geq 70, \\
&x_7 \geq 75, \\
&x_8 \geq 80, \\
&x_9 \geq 88, \\
&x_{10} \geq 100, \\
&x_{11} \geq 500, \\
&x_{12} \geq 950.
\end{aligned}$$

3.4 Menyusun Tabel Simpleks

Metode simpleks, salah satu metode Linear Programming, dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah yang melibatkan dua atau lebih variabel keputusan. Menyusun persamaan kedalam tabel simpleks dilakukan dengan memasukkan semua koefisien-koefisien dari variabel keputusan, variabel slack, dan variabel surplus. Dalam hal ini pencarian solusi awal menggunakan metode simpleks proses ini dilakukan menggunakan perangkat lunak POM-QM, kemudian hasil tabel simpleks ditampilkan dalam bentuk gambar seperti terlihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Output solusi awal dari software POM-QM

No	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	RHS	Dual
1	20	35	50	65	80	95	110	125	140	155	170	200	350.000	258,82
2	5	7	10	13	15	18	20	23	25	28	35	40	80.000	0
3	2	3,5	5	6,5	8	9,5	11	12,5	14	15,5	17	20	40.000	0
4	3,5	3,7	3,9	4,1	4,3	4,5	4,7	4,7	5,1	5,3	5,5	6	20.000	0
5	6	6	6	8	8	8	10	10	10	12	12	15	30.000	0
6	1.5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	8	15.000	0
7	1	1.5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	8	14.000	0
8	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	7	12.000	0
9	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	28	50.000	0
10	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.000	0
11	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.200	0
12	0	0	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.400	0
13	0	0	0	20	0	0	0	0	0	0	0	0	1.500	0
14	0	0	0	0	25	0	0	0	0	0	0	0	2.000	0
15	0	0	0	0	0	30	0	0	0	0	0	0	2.500	0
16	0	0	0	0	0	0	33	0	0	0	0	0	3.000	0
17	0	0	0	0	0	0	0	35	0	0	0	0	3.5000	0

No	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	RHS	Dual
18	0	0	0	0	0	0	0	0	40	0	0	0	4.000	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	43	0	0	5.000	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30	0	65.000	0
21	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	35	-1176,4
22	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	50	-1058,8
23	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	65	-941,18
24	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	70	-823,53
25	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	72	705,88
26	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	70	588,24
27	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	75	-470,59
28	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	80	-352,94
29	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	88	-235,29
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	100	-117,65
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	500	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	950	-1764,7
Solusi	35	50	65	70	72	70	75	80	88	100	536,8	950	88510820	

Berdasarkan Tabel 4, metode simpleks memberikan hasil $x_1 = 35, x_2 = 50, x_3 = 65, x_4 = 70, x_5 = 72, x_6 = 70, x_7 = 75, x_8 = 80, x_9 = 88, x_{10} = 100, x_{11} = 536,88, x_{12} = 950$. Karena solusi yang dihasilkan belum dalam bentuk bilangan bulat, diperlukan penerapan metode *Branch and Bound* untuk memperoleh solusi integer yang valid.

3.5 Analisis Metode Branch and Bound

Langkah awal untuk memperoleh solusi bilangan bulat dilakukan dengan menetapkan batas atas (BA) dan batas bawah (BB) yang bersumber dari hasil metode simpleks. Batas atas (BA) ini merupakan solusi awal yang telah diperoleh sebelumnya yaitu $x_1 = 35, x_2 = 50, x_3 = 65, x_4 = 70, x_5 = 72, x_6 = 70, x_7 = 75, x_8 = 80, x_9 = 88, x_{10} = 100, x_{11} = 536,88, x_{12} = 950$, dengan keuntungan sebesar $Z = \text{Rp. } 88.510.820$. Setelah nilai Batas Atas (BA) dan Batas Bawah (BB) ditetapkan, tahap berikutnya adalah melakukan percabangan pada variabel keputusan. Proses percabangan ini berlanjut hingga diperoleh solusi yang optimal.

Berdasarkan analisis dengan metode *Branch and Bound*, diperoleh keuntungan optimal (Z) sebesar Rp 88.508.000 dengan jumlah produksi pia cendana perbulan untuk setiap pia cendana adalah 36 Pia cendana varian rasa coklat oreo, 50 Pia cendana varian rasa coklat good time, 66 Pia cendana varian rasa coklat beng-beng, 70 Pia cendana varian rasa coklat tiramisu, 72 Pia cendana varian rasa coklat kenari, 70 Pia cendana varian rasa coklat crancy, 75 Pia cendana varian rasa coklat mente, 82 Pia cendana varian rasa coklat nutela, 88 Pia cendana varian rasa coklat kacang, 100 Pia cendana varian rasa coklat keju, 535 Pia cendana varian rasa coklat pandan, dan 950 Pia cendana varian rasa coklat ori. Perbandingan keuntungan usaha pia cendana sebelum dan sesudah menggunakan analisis metode *Branch and Bound* dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Perbandingan keuntungan

Jenis Produk	Perusahaan		Branch and Bound	
	Jumlah Produksi	Keuntungan	Jumlah Produksi	Keuntungan
Coklat Oreo	35	Rp.140.000	36	Rp. 144.000
Coklat Good Time	50	Rp.400.000	50	Rp.400.000
Coklat Beng-Beng	65	Rp. 780.000	66	Rp.792.000
Coklat Tiramisu	70	Rp.1.120.000	70	Rp.1.120.000
Coklat Kenari	72	Rp.1.440.000	72	Rp.1.440.000
Coklat Crancy	70	Rp.1.680.000	70	Rp.1.680.000
Coklat Mente	75	Rp.2.100.000	75	Rp.2.100.000
Coklat Nutela	80	Rp.2.560.000	82	Rp. 2.624.000
Coklat Kacang	88	Rp.3.168.000	88	Rp.3.168.000
Coklat Keju	100	Rp. 4.000.000	100	Rp. 4.000.000
Coklat Pandan	500	Rp.22.000.000	535	Rp.23.540.000
Coklat Ori	950	Rp.47.500.000	950	Rp. 47.500.000
Total	2155	Rp.86.888.000	2.194	Rp. 88.508.000

Berdasarkan Tabel 5, penerapan metode Branch and Bound meningkatkan jumlah produksi dan keuntungan penjualan di Toko Pia Cendana sebesar 1,86%, yang setara dengan Rp 1.620.000 per bulan.

3.6 Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas menggunakan bantuan aplikasi POM-QM menghasilkan output yang disajikan pada Tabel 6 dan Tabel 7.

Tabel 6. Output perubahan fungsi tujuan

Variabel	Value	Reduced Cost	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
x_1	35	0	4.000	-Infinity	5.176,47
x_2	50	0	8.000	-Infinity	9.058,82
x_3	65	0	12.000	-Infinity	12.941,18
x_4	70	0	16.000	-Infinity	16.823,53
x_5	72	0	20.000	-Infinity	20.705,88
x_6	70	0	24.000	-Infinity	24.588,23
x_7	75	0	28.000	-Infinity	28.470,59
x_8	80	0	32.000	-Infinity	32.252,94
x_9	88	0	36.000	-Infinity	36.235,65
x_{10}	100	0	40.000	-Infinity	40.117,65
x_{11}	536,88	0	44.000	43.870,97	-Infinity
x_{12}	950	0	50.000	-Infinity	51.764,71

Pada Tabel 6 dapat dilihat bahwa nilai Reduced cost untuk seluruh variabel adalah nol. Hal ini mengindikasikan bahwa pemanfaatan kedua belas variabel telah berada dalam kondisi optimal dan masing-masing produk layak untuk diproduksi karena memberikan keuntungan. Selain itu, tabel menampilkan kisaran perubahan nilai pada koefisien fungsi tujuan. Terlihat bahwa batas bawah dan batas atas untuk perubahan koefisien fungsi tujuan dari variabel x_1 maksimal sebesar Rp5.176,47 per unit, yang menunjukkan laba maksimum yang dapat diperoleh per kue. Adapun untuk variabel lainnya, nilai maksimal koefisien fungsi tujuan yang dapat diterima adalah sebagai berikut: x_2 sebesar Rp 9.058,82, x_3 sebesar Rp12.941,18, x_4 sebesar Rp 16.823,53, x_5 sebesar Rp20.705,88, x_6 sebesar Rp24.588,23, x_7 sebesar Rp28.470,59, x_8 sebesar Rp32.252,94, x_9 sebesar Rp36.235,29, x_{10} sebesar Rp40.117,65, untuk x_{11} memiliki nilai minimal Rp43.870,97 dan tidak memiliki batas atas (tak terbatas); serta x_{12} sebesar Rp 51.764,71.

Tabel 7. Output perubahan Fungsi Kendala

Fungsi Kendala	Dual Value	Slack/Surplus	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
Terigu	258,82	0	350.000	343.730	352.910
Mentega	0	10.444,12	80.000	69.555,88	Infinity
Gula	0	5.000	40.000	35.000	Infinity
Minyak	0	8.151,25	20.000	11.848,75	Infinity
Air	0	3.081,41	30.000	26.918,24	Infinity
Garam	0	1.031,77	15.000	13.968,24	Infinity
Vanila	0	652,71	14.000	13.347,29	Infinity
Pewarna Makanan	0	223,65	12.000	11.776,35	Infinity
Coklat	0	410,82	50.000	49.589,18	Infinity
Oreo	0	825	1.000	175	Infinity
Good Time	0	700	1.200	500	Infinity
Beng-Beng	0	425	1.400	975	Infinity
Tiramisu	0	100	1.500	1.400	Infinity
Kenari	0	200	2.000	1.800	Infinity
Crancy	0	400	2.500	2.100	Infinity

Fungsi Kendala	Dual Value	Slack/Surplus	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
Mente	0	375	3.000	2.625	Infinity
Nutela	0	300	3.500	3.200	Infinity
Kacang	0	40	4.000	3.960	Infinity
Keju	0	0	5.000	5.000	Infinity
Pandan	0	48.893,53	65.000	16.106,47	Infinity
Coklat oreo	-1176,47	0	35	0	200
Coklat good time	-1058,82	0	50	0	200
Coklat beng-beng	-941,18	0	65	0	120
Coklat tiramisu	-823,53	0	70	0	93,33
Coklat kenari	705,88	0	72	0	75
Coklat crancy	588,24	0	70	0	80
Coklat mente	-470,59	0	75	0	85,71
Coklat nutela	-352,94	0	80	0	87,5
Coklat kacang	-235,29	0	88	0	88,89
Coklat keju	-117,65	0	100	0	100
Coklat pandan	0	36,88	500	- Infinity	536,88
Coklat ori	-1764,71		950	0	981,35

Pada Tabel 7 terlihat Original Value menunjukkan kesediaan bahan baku pada usaha pia cendana. Dari penggunaan data yang sudah optimal adalah penggunaan terigu karena ditandai dengan nilai slack/surplus mencapai nol yang artinya solusi optimalnya sudah habis terpakai. Apabila nilai slack/surplus sama dengan nol maka setiap penambahan bahan baku sebesar 1 satuan akan meningkatkan keuntungan sebesar nilai dualnya yaitu 258,82 untuk penggunaan bahan baku terigu. Dari data terlihat bahwa penggunaan beberapa bahan baku belum mencapai tingkat optimal yaitu : bahan baku mentega, gula, minyak, air, garam, vanila, pewarna makanan, coklat, oreo, good time, beng-beng, tiramisu, kenari, crancy, mente, nutela, kacang, keju, dan pandan. Nilai batas bawah (lower bound) dan batas atas (upper bound) merepresentasikan hasil analisis sensitivitas pada produksi Pia Cendana. Artinya, perubahan nilai koefisien tidak memengaruhi solusi optimal, sehingga nilai koefisien dapat disesuaikan selama berada dalam rentang batas yang direkomendasikan

4. Kesimpulan

Hasil optimal dalam pengelolaan produksi Pia Cendana berhasil diperoleh melalui penerapan metode Branch and Bound. Model matematis disusun berdasarkan data bahan baku, kapasitas produksi, dan keuntungan masing-masing varian produk. Melalui proses percabangan dan pembatasan, diperoleh solusi integer yang memaksimalkan keuntungan usaha secara lebih realistis dibandingkan dengan metode relaksasi biasa. Hasil penerapan metode menunjukkan bahwa Pia Cendana dapat memperoleh keuntungan optimal sebesar Rp 1.620.000 atau 1,86 % per bulan. Jumlah ini lebih besar dibandingkan dengan keuntungan factual sebelumnya yang hanya sebesar Rp 86.888.000, sehingga terdapat peningkatan keuntungan sebesar Rp 88.508.000. Hal ini membuktikan bahwa model optimasi yang digunakan mampu meningkatkan efisiensi pemanfaatan bahan baku serta mengurangi potensi pemborosan biaya.

Dari hasil analisis sensitivitas pada koefisien fungsi tujuan dan fungsi kendala, diperoleh kesimpulan bahwa keuntungan akan tetap optimal apabila usaha Pia Cendana menyesuaikan perubahan koefisien tersebut sesuai dengan batas atas (upper bound) dan batas bawah (lower bound) yang dihasilkan melalui software POM-QM.

Referensi

- [1] G. E. W. Mosey, J. U. L. Mangobi, and M. G. Maukar, "Optimasi Matematis Keuntungan Home Industry Pia Ibu Sandra Di Tombatu Utara," *J. Lebesgue J. Ilm. Pendidik. Mat. Mat. dan Stat.*, vol. 4, no. 2, pp. 1001–1009, 2023, doi: 10.46306/lb.v4i2.376.
- [2] E. Oyokunyi, O. E. Isaac, and B. Nkoi, "The Cost of Gas Production Optimization Using

Linear Programing on Reverse Fishbone Diagram : A Case Study,” vol. 3, no. 3, pp. 96–104, 2021.

- [3] H. Aminudin, *Prinsip-prinsip riset operasi*. Jakarta, Erlangga, 2005.
- [4] A. Alyanisa, J. Nahar, and N. Anggriani, “Apparel Production Optimization Model with Branch and Bound Method (Case Study: Sawargi Jersey Confectionery, West Java),” *Int. J. Quant. Res. Model.*, vol. 4, no. 1, pp. 57–64, 2023, doi: 10.46336/ijqrm.v4i1.412.
- [5] N. K. Oladejo, A. Abolarinwa, S. O. Salawu, A. F. Lukman, and H. I. Bukari, “Optimization principle and its’ application in optimizing landmark university bakery production using linear programming,” *Int. J. Civ. Eng. Technol.*, vol. 10, no. 2, pp. 183–190, 2019.
- [6] G. B. Dantzig, “Linear programming,” vol. 50, no. 1, pp. 42–47, 2002.
- [7] M. Ismail, N. Achmad, and S. L. Mahmud, “Analisis Sensitivitas dalam Optimasi Keuntungan Produksi Kue Ulang Tahun dengan Metode Branch and Bound,” *Euler J. Ilm. Mat. Sains dan Teknol.*, vol. 10, no. 2, pp. 282–291, 2022, doi: 10.34312/euler.v10i2.15307.
- [8] D. N. Syafitri, K. Kamid, and N. Rarasati, “Pengoptimalan Jumlah Produksi Roti Menggunakan Metode Branch and Bound,” *Imajiner J. Mat. dan Pendidik. Mat.*, vol. 3, no. 2, pp. 183–194, 2021, doi: 10.26877/imajiner.v3i2.8099.
- [9] K. V. Adtria, K. Kamid, and N. Rarasati, “Analisis Sensitivitas Dalam Optimalisasi Jumlah Produksi Makaroni Iko Menggunakan Linear Programming,” *Imajiner J. Mat. dan Pendidik. Mat.*, vol. 3, no. 2, pp. 174–182, 2021, doi: 10.26877/imajiner.v3i2.8098.
- [10] Y. Wakiden, D. Wungguli, N. Achmad, and N. Abas, “Analisis Sensitivitas Model Linear Programming dalam Optimalisasi Penjualan Produk di Toko Anggrek Plastik,” *Euler J. Ilm. Mat. Sains dan Teknol.*, vol. 12, no. 1, pp. 82–89, 2024, doi: 10.37905/euler.v12i1.21625.
- [11] S. M. Mohungo, L. Yahya, R. Resmawan, and D. Wungguli, “Penerapan Model Integer Linear Programming pada Penjadwalan Petugas Satuan Pengamanan,” *Euclid*, vol. 8, no. 1, pp. 6–15, Jan. 2021.
- [12] F. Khilaliyah Azzahrha, R. Puspa Sari, M. Dhika Rahma Fauzi, and S. Karawang, “String (Satuan Tulisan Riset dan Inovasi Teknologi) Optimalisasi Produksi Tahu Menggunakan Metode Branch and Bound dan Cutting Plane,” *Satuan Tulisan Ris. dan Inov. Teknol.*, vol. 6, no. 2, pp. 175–184, 2021.
- [13] A. Saryoko, “Metode Simpleks dalam Optimasi Hasil Produksi,” *J. Informatics Educ. Prof.*, vol. 1, no. 1, pp. 27–36, 2016.
- [14] G. Tarigan, “Penerapan Metode Branch and Bound Dalam Menentukan Jumlah Produksi Optimum P,” *Saintia Mat.*, vol. 2, no. 2, pp. 137–145, 2014.
- [15] R. Ahmad, M. R. Katili, S. L. Mahmud, D. Wungguli, and L. O. Nashar, “Analisis Sensitivitas Model Goal Programming Pada Optimasi Produksi Roti Menggunakan Metode Branch and Bound,” *Euler J. Ilm. Mat. Sains dan Teknol.*, vol. 11, no. 2, pp. 216–227, 2023, doi: 10.37905/euler.v11i2.22299.
- [16] S. Siswanto and M. S. Erlangga, *Operational research*. Jakarta: Erlangga, 2007.