Res. Math. Nat. Sci. vol. 1, no. 2, pp. 17–21, 2022, doi: 10.55657/rmns.v1i2.61

Research in the Mathematical and Natural Sciences
Journal Homepage: https://journal.scimadly.com/index.php/rmns
eISSN: 2828-6804

Operasi *Cross-Union* pada Koleksi Himpunan Koteri Majority

Armayani Arsal[1]*, Setia Ningsih[2]

[1] Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, Universitas Negeri Gorontalo, Bone Bolango 96119, Indonesia
[2] Program Studi Statistika, Jurusan Matematika, Universitas Negeri Gorontalo, Bone Bolango 96119, Indonesia

Info Artikel

**Penulis Korespondensi.*

Email: armayaniarsal@ung.ac.id

Submit: 15 Juni 2022

Direvisi: 21 Juli 2022

Disetujui: 22 Juli 2022

Diterbitkan oleh:

scimadly PUBLISHING

Abstrak

Koteri merupakan koleksi himpunan yang disebut korum dengan ketentuan setiap dua himpunan saling beririsan dan tidak saling subset. Ditinjau dari topologi pembentukannya, ada berbagai jenis koteri, salah satunya koteri majority. Koteri majority merupakan jenis koteri dengan ketangguhan sistem yang terbaik dalam menyelesaikan masalah sistem terdistribusi. Koteri majority terdiri atas dua jenis yaitu koteri majority terdominasi dan koteri majority tak terdominasi. Penggabungan koteri merupakan cara efisien menghasilkan koteri baru yang ukuran korumnya lebih besar. Pada penelitian ini, didefinisikan suatu operasi union untuk koteri majority yang disebut operasi *cross-union*. Kemudian dibuktikan bahwa dengan menggunakan operasi ini maka koteri baru yang dihasilkan berbentuk koteri tak-terdominasi jika dan hanya jika koteri awal yang digabungkan adalah koteri tak-terdominasi.

Kata Kunci: Korum; Koteri Majority; Koteri Majority Tak Terdominasi; Operasi *Cross-Union*

Abstract

Coterie is a collection of sets called quorum which satisfies that any two sets have a non-empty intersection and are not property contained in one another. Based on topology, there are many types of coterie, for example, majority coterie. The majority coterie is a type of coterie with more availability than others to solve the problem of a distributed system. There are two types of majority coterie, dominated and non-dominated. The coterie join algorithm is an easy way to construct a new coterie with sizes larger quorum. In this study, we define a union operation for a majority coterie, called a cross-union operation. Then we prove that by using this algorithm, a new coterie is non-dominated if and only if the initial coteries are non-dominated.

Keywords: *Quorum; Majority Coterie; Non-Dominated Majority Coterie; Cross-Union Operation*

Pendahuluan

Koteri adalah koleksi himpunan yang setiap dua anggotanya mematuhi aturan saling beririsan dan tidak saling subset. Koleksi himpunan ini banyak diaplikasikan dalam bidang komputasi khususnya penyelesaian masalah sistem terdistribusi. Oleh sebab peranannya yang sangat fundamental maka banyak peneliti yang mengkaji dan mengembangkan koteri mulai dari sisi topologi hingga relaksasi syarat keanggotaannya**.**

Kajian koteri ditinjau dari sisi topologinya memunculkan beragam jenis koteri, antara lain koteri majority [1], koteri grid [2], koteri tree [3], dan grid kubik [4]. Di sisi lain dilakukan kajian terhadap syarat keanggotaan koteri, yaitu merelaksasi syarat saling beririsan. Akibatnya muncul jenis koteri seperti $\boldsymbol{k}$-koteri [5], bikoteri [6], $(\boldsymbol{m},\boldsymbol{1})$-koteri [7], $(\boldsymbol{m},\boldsymbol{h},\boldsymbol{k})$-koteri [8] dan sistem korum $(\boldsymbol{h},\boldsymbol{k})$-koteri [9].

Selain mengkonstruksi suatu koteri, ternyata ada cara efisien untuk menghasilkan suatu koteri yaitu dengan menggunakan algoritma penggabungan. Cara ini akan menghasilkan ukuran korum yang lebih besar serta ukuran koteri juga lebih besar. Pada tahun 1992, Neilsen dkk [10] mengemukakan suatu algoritma penggabungan koteri. Operasi serupa juga didefinisikan oleh Lawi dkk [11] dengan penerapan algoritma yang berbeda. Selanjutnya, dengan melakukan perluasan sifat diperoleh operasi join koteri-$\boldsymbol{k}$ terdominasi [12], operasi join koteri-$\boldsymbol{k}$ dan koteri [13], dan operasi union $\boldsymbol{k}$-koteri tak terdominasi [14].

Tujuan penelitian ini adalah mendefinisikan suatu operasi union pada koteri majority yang menghasilkan koteri majority tak terdominasi. Oleh karena melibatkan dua buah koleksi himpunan maka operasi ini disebut operasi *cross-union*.

Metode Penelitian

Pada penelitian ini dilakukan metode kajian pustaka yaitu mengumpulkan berbagai definisi dan teori terkait koteri majority, koteri tak terdominasi dan operasi union untuk koleksi himpunan. Selanjutnya akan diperoleh karakteristik koteri majority dan koteri majority tak terdominasi. Berdasarkan karakteristik tersebut, dirancang suatu operasi yang dapat menggabungkan kedua koteri sehingga menghasilkan koteri baru tanpa mengubah karakteristik awalnya.

Hasil dan Pembahasan

1.1 Definisi Operasi Cross-Union

Misal diberikan himpunan semesta $U_1, dan\ U_2$ serta koteri

$$K_1 = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}, \quad K_1 \subseteq 2^{U_1}$$
$$K_2 = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}, \quad K_2 \subseteq 2^{U_2}$$

Maka

$$K_3 = K_1 \otimes K_2 \ \ dengan\ K_3 \subseteq 2^{U_3}, \quad U_3 = U_1 \cup U_2\ ,\ U_1 \cap U_2 = \emptyset$$

didefinisikan sebagai berikut :

a. Untuk $|K_1|$ dan $|K_2|$ ganjil berlaku

$$K_1 \otimes K_2 = \{Q \mid Q \in [K_1 \cup K_2] \cup [K_1 \cup^{\cup}_{\cap} K_2] \cup [K_1 \cup^{\cap}_{\cup} K_2], |Q| = |X_m \cup Y_n|\}$$

dengan

$[K_1 \cup K_2] = \{X_m \cup Y_n \mid \forall X_m \in K_1, Y_n \in K_2\}$,
$[K_1 \cup^{\cup}_{\cap} K_2] = \{(X_i \cup X_m) \cup (Y_j \cap Y_n) \mid \forall X_i, X_m \in K_1;\ Y_j, Y_n \in K_2\}$,
$[K_1 \cup^{\cap}_{\cup} K_2] = \{(X_i \cap X_m) \cup (Y_j \cup Y_n) \mid \forall X_i, X_m \in K_1;\ Y_j, Y_n \in K_2\}$.

b. Untuk $|K_1|$ atau $|K_2|$ genap

$$K_1 \otimes K_2 = \{Q \mid Q \in [K_1 \cup K_2] \cup [K_1 \cup^{\cup}_{\cap} K_2] \cup [K_1 \cup^{\cap}_{\cup} K_2] \cup [K_1 \cup\cap\cap K_2] \cup [K_1 \cap\cap\cup K_2], |Q| = |X_i \cup Y_j|\}$$

dengan

$[K_1 \cup K_2] = \{X_m \cup Y_n \mid \forall X_m \in K_1, Y_n \in K_2\}$,
$[K_1 \cup^{\cup}_{\cap} K_2] = \{(X_i \cup X_m) \cup (Y_j \cap Y_n) \mid \forall X_i, X_m \in K_1;\ Y_j, Y_n \in K_2\}$,
$[K_1 \cup^{\cap}_{\cup} K_2] = \{(X_i \cap X_m) \cup (Y_j \cup Y_n) \mid \forall X_i, X_m \in K_1;\ Y_j, Y_n \in K_2\}$,
$[K_1 \cup^{\cup}_{\Cap} K_2] = \{(X_i \cup X_m) \cup (Y_j \cap Y_l \cap Y_n) \mid \forall X_i, X_m \in K_1;\ Y_j, Y_l, Y_n \in K_2\}$,
$[K_1 \cup^{\Cap}_{\cup} K_2] = \{(X_i \cap X_h \cap X_m) \cup (Y_j \cup Y_n) \mid \forall X_i, X_h, X_m \in K_1;\ Y_j, Y_n \in K_2\}$.

1.2 Sifat Operasi Cross-Union

Jika K_1 dan K_2 adalah koteri tak-terdominasi, maka $K_1 \otimes K_2$ adalah koteri tak-terdominasi.

Bukti.

Misalkan $I = [K_1 \cup K_2]$, $II = [K_1 \cup^{\cup}_{\cap} K_2]$, $III = [K_1 \cup^{\cap}_{\cup} K_2]$, $IV = [K_1 \cup^{\cup}_{\Cap} K_2]$, $V = [K_1 \cup^{\Cap}_{\cup} K_2]$.

Misalkan O$= (X_i \cup X_m)$,$P = \left(Y_j \cap Y_n\right)$, $R = \left(Y_j \cap Y_l \cap Y_n\right)$, $S = (X_i \cap X_m)$, $T = (X_i \cap X_h \cap X_m)$, dan $U = \left(Y_j \cup Y_n\right)$.
Untuk $|K_1|$ dan $|K_2|$ ganjil maka $K_3 = K_1 \otimes K_2 = \{Q | Q \in I \cup II \cup III, |Q| = |X_m \cup Y_n|\}$
Pertama akan dibuktikan bahwa K_3 adalah koteri
Berdasarkan definisi, K_3 disebut koteri jika dan hanya jika memenuhi :

$$Q_i \cap Q_j \neq \emptyset , \forall Q_i, Q_j \in K_3$$
$$Q_i \nsubseteq Q_j , \forall Q_i, Q_j \in K_3. [15]$$

Pembuktian dibagi dalam 6 kasus yaitu :

1. Ambil $Q_p, Q_r \in I$.
   $I = \left\{X_i \cup Y_j | \, X_i \in K_1, Y_j \in K_2\right\}$.
   Misal $Q_p = X_a \cup Y_b, \forall X_a \in K_1, Y_b \in K_2$, maka $Q_p \in K_3$.
   Misal $Q_r = X_c \cup Y_d, \forall X_c \in K_1, Y_d \in K_2$, maka $Q_r \in K_3$.
   Oleh karena $X_a \cap X_c \neq \emptyset, \forall X_a, X_c \in K_1$ dan $Y_b \cap Y_d \neq \emptyset, \forall Y_b, Y_d \in K_2$ maka
   $$Q_p \cap Q_r \neq \emptyset, \forall Q_p, Q_r \in K_3.$$
   Karena $X_a \nsubseteq X_c \; \forall \; X_a, X_c \in K_1$ dan $Y_b \nsubseteq Y_d \; \forall \; Y_b, Y_d \in K_2$ maka
   $$Q_p \nsubseteq Q_r \; \forall \; Q_p, Q_r \in K_3.$$
2. Ambil $Q_s, Q_t \in II$.
   $II = \{(O \cup P)\}$.
   Misal $Q_s = (O \cup P\,)$dan $Q_t = (O' \cup P')$ dengan $|O \cup P| = |O' \cup P'| = |A|$.
   Karena $\forall X_i, X_j \in K_1, X_i \cap \; X_j \neq \emptyset$ maka $O \cap O' \neq \emptyset$sehingga diperoleh $Q_s \cap \; Q_t \neq \emptyset \; \forall Q_s, Q_t \in K_3$.
   Pada kasus $|O \cup P| = |O' \cup P'|$ ada tiga kemungkinan yaitu :
   a. $|O| = |O'|$
   b. $|O| > |O'|$
   c. $|O| < |O'|$
   Jika $|O| = |O'|$ maka $|P| = |P'|$. Karena $\forall Y_m, Y_m' \in K_2$berlaku $Y_m \nsubseteq \; Y_m'$ maka untuk $|P| = |P'|$ berlaku $(\,Y_m \cap \; Y_n) \nsubseteq (\,Y_m{}' \cap \; Y_n{}')$.
   Sehingga diperoleh $P \nsubseteq \; P'$.
   Jika $|O| > |O'|$ maka $O \nsubseteq \; O'$.
   Jika $|O| < |O'|$ maka $|P| > |P'|$ sehingga diperoleh $P \nsubseteq \; P'$.
   Karena diperoleh $O \nsubseteq \; O'$ atau $P \nsubseteq \; P'$ maka $\forall Q_s, Q_t \in K_3$ berlaku $Q_s \nsubseteq Q_t$.
3. Ambil $Q_v, Q_w \in III$.
   $III = \{(S \cup U)\}$.
   Misal $Q_v = (S \cup U)$ dan $Q_w = (S' \cup U')$ dengan $|S \cup U| = |S' \cup U'| = |A|$.
   Karena $\forall Y_m, Y_n \in K_2, Y_m \cap \; Y_n \neq \emptyset$ maka $U \cap U' \neq \emptyset$sehingga diperoleh $Q_v \cap \; Q_w \neq \emptyset \; \forall Q_v, Q_w \in K_3$.
   Pada kasus $|S \cup U| = |S' \cup U'|$ ada tiga kemungkinan yaitu :
   a. $|U| = |U'|$
   b. $|U| > |U'|$
   c. $|U| < |U'|$
   Jika $|U| = |U'|$ maka $|S| = |S'|$.
   Karena $\forall X_i, X_i{}' \in K_1, X_i \nsubseteq \; X_i{}'$maka untuk $|S| = |S'|$ berlaku $\left(\,X_i \cap \; X_j\right) \nsubseteq \left(\,X_i{}' \cap \; X_j{}'\right)$.
   Sehingga diperoleh $S \nsubseteq \; S'$.
   Jika $|U| > |U'|$ maka $U \nsubseteq \; U'$.
   Jika $|U| < |U'|$ maka $|S| > |S'|$ sehingga diperoleh $S \nsubseteq \; S'$.
   Karena diperoleh $S \nsubseteq \; S'$ atau $U \nsubseteq \; U'$ maka $\forall Q_v, Q_w \in K_3$ berlaku $Q_v \nsubseteq Q_w$.

4. Ambil $Q_p \in I, Q_s \in II$.

Misal $Q_p = \{X_a \cup Y_b\}$ dan $Q_s = \{(X_i \cup X_j) \cup (Y_m \cap Y_n)\}$ dengan $|X_a \cup Y_b| = |(X_i \cup X_j) \cup (Y_m \cap Y_n)|$.

Karena $\forall X_a, X_i \in C_1, X_a \cap X_i \neq \emptyset$ maka $Q_p \cap Q_s \neq \emptyset\ \forall Q_p, Q_s \in K_3$.

Karena $\forall Y_b, Y_m, Y_n \in C_2, Y_b \nsubseteq Y_m$ dan $Y_b \nsubseteq Y_n$ maka $Y_b \nsubseteq (Y_m \cap Y_n)$. Sehingga diperoleh $Q_p \nsubseteq Q_s, \forall Q_p, Q_s \in K_3$.

5. Ambil $Q_p \in I, Q_w \in III$.

   Misal $Q_p = \{X_a \cup Y_b\}$ dan $Q_w = \{(X_i \cap X_j) \cup (Y_m \cup Y_n)\}$ dengan $|X_a \cup Y_b| = |(X_i \cap X_j) \cup (Y_m \cup Y_n)|$.

   Karena $\forall Y_b, Y_m \in K_2, Y_b \cap Y_m \neq \emptyset$ maka $Q_p \cap Q_w \neq \emptyset\ \forall Q_p, Q_w \in K_3$.

   Karena $\forall X_a, X_i, X_j \in K_1, X_a \nsubseteq X_i$ dan $X_a \nsubseteq X_j$ maka $X_a \nsubseteq (X_i \cap X_j)$.

   Sehingga diperoleh $Q_p \nsubseteq Q_w, \forall Q_p, Q_w \in K_3$.

6. Ambil $Q_s \in II, Q_w \in III$.

   Misal $Q_s = \{(X_i \cup X_j) \cup (Y_m \cap Y_n)\}$ dan $Q_w = \{(X_k \cap X_l) \cup (Y_p \cup Y_r)\}$ dengan $|(X_i \cup X_j) \cup (Y_m \cap Y_n)| = |(X_k \cap X_l) \cup (Y_p \cup Y_r)| = |A|$.

   Karena $\forall X_i, X_j, X_k, X_l \in K_1$ berlaku $X_i \cap X_k \neq \emptyset, X_i \cap X_l \neq \emptyset, X_j \cap X_k \neq \emptyset, X_j \cap X_l \neq \emptyset$ maka terdapat $(X_i \cup X_j) \cap (X_k \cap X_l) \neq \emptyset$. Jika tidak maka akan terdapat $(Y_m \cap Y_n) \cap (Y_p \cup Y_r) \neq \emptyset, \forall Y_m, Y_n, Y_p, Y_r \in K_2$.

   $|X_i| = |X_j| = |X_k| = |X_l|\ \forall X_i, X_j, X_k, X_l \in K_1$ maka

   $|X_i \cup X_j| \geq |X_k \cap X_l|$

   $(X_i \cup X_j) \nsubseteq (X_k \cap X_l)$

   Jika $(X_k \cap X_l) \subseteq (X_i \cup X_j)$ maka $(Y_p \cup Y_r) \nsubseteq (Y_m \cap Y_n)\ \forall Y_m, Y_n, Y_p, Y_r \in K_2$.

   Sehingga diperoleh $Q_s \nsubseteq Q_w\ \forall Q_s, Q_w \in K_3$.

Oleh karena pada tiap kasus diperoleh $\forall Q, Q' \in K_3$ berlaku $Q \cap Q' \neq \emptyset$ dan $Q \nsubseteq Q'$ maka terbukti K_3 adalah koteri di bawah semesta U_3.

Kedua, akan ditunjukkan bahwa K_3 adalah koteri tak terdominasi.

Asumsikan K_3 koteri terdominasi, maka berdasarkan teorema terdapat $H_3 \subseteq U_3$ sedemikian sehingga

$$Q \in K_3 \Longrightarrow Q \nsubseteq H_3, \forall Q \in K_3$$
$$Q \in K_3 \Longrightarrow Q \cap H_3 \neq \emptyset, \forall Q \in K_3. \text{ [10]}$$

Anggap $Q \cap H_3 \neq \emptyset,\ \forall Q \in K_3$.

Karena $Q \cap H_3 \neq \emptyset$, maka $(X \cup Y) \cap H_3 \neq \emptyset$, $X \in K_1, Y \in K_2$. Sehingga diperoleh dua kemungkinan yaitu:

1. $X \cap H_3 \neq \emptyset$, dengan kata lain $U_1 \cap H_3 \neq \emptyset$, atau
2. $Y \cap H_3 \neq \emptyset$, dengan kata lain $U_2 \cap H_3 \neq \emptyset$.

Kemungkinan pertama $X \cap H_3 \neq \emptyset$, berarti $U_1 \cap H_3 \neq \emptyset$,

Misalkan $H_1 = H_3 \cap U_1$. Karena $X \subseteq U_1$ dan $X \cap H_3 \neq \emptyset$, maka $X \cap H_1 \neq \emptyset$.

Diketahui bahwa terdapat $H_3 \subseteq U_3$ yang mengakibatkan K_3 terdominasi, artinya H_3 memenuhi syarat keanggotaan C_3 atau $H_3 \in C_3$, sehingga

$$|H_3| = |X| + |Y|, X \in K_1, Y \in K_2$$

Jika $H_1 = H_3 \cap U_1$ maka

$$|H_1| = |H_3 \cap U_1|$$
$$|H_1| \leq |H_3| = |X| + |Y|$$
$$|H_1| \leq |X|$$

Untuk $H_1 = H_3 \cap U_1$ dan $H_3 \subseteq U_3$ diperoleh

$$H_1 \subseteq U_3 \cap U_1$$
$$H_1 \subseteq (U_1 \cup U_2) \cap U_1$$
$$H_1 \subseteq U_1$$

Karena diperoleh $X \cap H_1 \neq \emptyset$, $H_1 \subseteq U_1$, dan $|H_1| \leq |X|$ maka berlaku

$\forall X \in K_1 \ni X \nsubseteq H_1$
Lebih lanjut diperoleh bahwa H_1 memenuhi teorema yang mengakibatkan K_1 terdominasi. Hal ini kontradiksi.

Kemungkinan kedua $Y \cap H_3 \neq \emptyset$, berarti $U_2 \cap H_3 \neq \emptyset$.
Dengan cara yang sama pada kemungkinan pertama maka akan diperoleh H_2 yang memenuhi teorema yang mengakibatkan K_2 terdominasi. Hal ini kontradiksi.
Jadi dapat disimpulkan bahwa K_3 koteri tak-terdominasi.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian, diperoleh suatu operasi penggabungan koteri atau operasi union pada koleksi himpunan yang disebut operasi *cross-union*. Operasi ini dapat menggabungkan dua buah koteri majority tak terdominasi sehingga menghasilkan koteri majority tak terdominasi yang baru dengan ukuran yang lebih besar.

Referensi

[1] G.H. Molina, and D. Barbara. "How to Assign Votes in A Distributed System", *J. ACM.,* vol. 3, no. 4, pp. 841-860, 1985, doi: https://doi.org/10.1145/4221/4223.

[2] M. Maekawa. "A $\sqrt{\mathrm{n}}$ Algorithm for Mutual Exclusion in Decentralized Systems," *ACM Trans. Comput. Systems*, vol. 3, no. 2, pp. 145-159, 1985, doi: https://doi.org/10.1145/214438.214445.

[3] D. Agrawal, amd A. Abbadi. "An efficient and fault-tolerant solution for distributed mutual exclusion", *ACM Trans. Comput. Systems*, vol. 9, no. 1, pp. 1-20, 1991, doi: https://doi.org/10.1145/103727.103728.

[4] D. F. Nurdin. "Konstruksi Grid Kubik untuk Masalah Sumber Daya Teralokasi $(\mathrm{m}, \mathrm{h}, \mathrm{k_i})$", *Axiomath: Jurnal Matematika dan Aplikasinya*, vol. 2 no. 2, pp. 6-9, 2020, doi: https://doi.org/10.46918/axiomath.v2i2.688.

[5] H. Kakugawa, S. Fujita, M. Yamashita, and T. Ae. "A Distributed k-Mutual Exclusion Algorithm Using k-Coterie", *Elsevier Information Processing Letters*, vol. 49, pp. 213-218, 1992, doi: https://doi.org/10.1016/0020-0190(94)90014-0.

[6] T. Ibaraki, and T. Kameda. "A Teory of Coteries: Mutual Exclusion in Distributed Systems", *IEEE Transaction on Parallel and Distributed System*, vol. 4, no.7, pp. 779-794, Jul. 1993, doi: https://doi.org/10.1109/71.238300.

[7] Y. Joung. "On Quorum Systems for Group Resources with Bounded Capacity", *Lecturer Notes in Computer Science,* vol. 3274, pp. 86-101, 2004, doi: https://doi.org.10.1007/978-3-540-30186-8_7.

[8] A. Lawi, K. Oda, and T. Yoshida. "A Quorum Based Distributed Conflict Resolution Algorithm for Bounded Capacity Resource", *Lecture Notes in Computer Science,* vol. 4331, pp. 135-144, 2006, doi: https://doi.org/10.1007/11942634_15.

[9] A. Arsal, A. Lawi, and A. K. Amir. "Construction of (h, k)-Coterie Quorum System Based on Majority Coterie" in *Journal of Physics: Conference Series,* 2019, 042019.

[10] M. L. Neilsen, and M. Masaaki. "Coterie Join Algorithm", *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, vol. 3 no. 5, pp. 582 – 590, Sept. 1992.

[11] A. Lawi, K. Oda, and T. Yoshida. "A Quorum Based Group k-Mutual Exclusion Algorithm for Open Distributed Environments", *Internasional Symposium on Parallel and Distributed Processing and Applications*, vol. 3758, pp. 119 – 125, 2005, doi: 10.1007/11576235_16.

[12] A. Lawi. "Operasi Join Diperluas Koteri-k Tak-Terdominasi" in *Prosiding Seminar Nasional MIPA UNIPA*, 2019, pp. 115-126.

[13] E. Djunaidy, A. Lawi, and A. K. Amir. "k-Coterie and Coterie Join Operation" in *Journal of Physics: Conference Series,* 2019, 042020.

[14] N. Nurhidayah, A. Lawi, and A. K. Amir. "A Union Operation of Non-Dominated k-Coterie in Distributed System", *Journal Matematika, Statistika, & Komputasi*, vol. 16 no. 3, pp. 375-381, 2020, doi: https://doi.org/10.20965/jmsk.v16i3.6940.

[15] D. Peleg, and W. Avishai. (1995). ″The availability of quorum systems", The Weizmann Institute, 1995.